I. NHÓM 1 — TÍCH PHÂN ĐƯỜNG & TRƯỜNG VECTOR (Câu 5, 6, 9, 10, 11)

1. Trường bảo toàn – thế năng (Câu 5, 9, 10, 11)

Kiến thức cốt lõi:

$$\vec{F} = \nabla\varphi \quad \Rightarrow \quad \text{tích phân đường độc lập đường đi}$$

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{chỉ đúng khi miền đơn liên}$$

Curl = 0 chưa đủ, phải xét miền xác định.
Bẫy thi kinh điển: Curl = 0 nhưng miền thủng ⇒ không bảo toàn (Câu 11).
Ví dụ dạng:

$$\left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right) \quad \Rightarrow \quad \text{cực – góc – xoáy}$$

Tư duy thi: "Curl = 0 ⇒ kiểm tra miền trước khi kết luận".

2. Tích phân đường kín trong $\mathbb{R}^2$ → Green (Câu 6)

Kiến thức:

$$\oint_C (P\,dx + Q\,dy) = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA$$

Dấu hiệu nhận diện: Xuất hiện $\oint$ với dx, dy trên miền phẳng kín.
Mục tiêu thi: Né tham số hoá đường gấp khúc.

3. Định lý Stokes – bản chất xoáy (Câu 7, 10)

Kiến thức:

$$\oint_{\partial S} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot \vec{n}\, dS$$

Bản chất: Tích phân đường quanh biên = thông lượng của curl qua mặt.
Điểm thi hay hỏi:

- Hai mặt khác nhau, cùng biên ⇒ kết quả như nhau.
- Curl = 0 ⇒ tích phân đường = 0 nếu đủ điều kiện.

II. NHÓM 2 — TÍCH PHÂN MẶT & THÔNG LƯỢNG (Câu 8, 12)

4. Thông lượng qua mặt cong (Stokes / Gauss)

Kiến thức trọng tâm:

$$\iint F \cdot n \, dS = \text{thông lượng}$$

Mặt kín $\Rightarrow$ Gauss. Mặt hở $\Rightarrow$ đóng mặt + trừ.

Kỹ năng thi quan trọng:

- Nhận diện dùng Gauss để né tích phân mặt.
- Đọc hướng pháp tuyến (lên / xuống).

Ví dụ: Câu 12 là mẫu chuẩn: $\nabla \cdot F =$ hằng số $\Rightarrow$ chỉ cần thể tích.

5. Định lý Gauss–Ostrogradsky (Câu 12, 13)

$$\iint_{\partial V} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_{V} \nabla \cdot \vec{F} \, dV$$

Ứng dụng trong đề:

- Tính thông lượng.
- Kiểm tra thể tích.
- Né tích phân mặt cực khó.

Kỹ năng nâng cao: Chọn trường F "phục vụ mục tiêu" (ví dụ $\nabla \cdot F = 1$ để tính thể tích).

III. NHÓM 3 — TỌA ĐỘ & MIỀN HÌNH HỌC (Câu 8, 12, 13)

6. Tọa độ trụ / cầu

Dấu hiệu chọn trụ:

$$x^2 + y^2 \quad \Rightarrow \quad \text{paraboloid, hình tròn, hình trụ}$$

Dấu hiệu chọn cầu:

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 \quad \Rightarrow \quad \text{hình cầu}$$

Kỹ năng thi:

- Cắt bởi mặt phẳng $\Rightarrow$ phải vẽ hình trong đầu.
- Tìm đúng cận tồn tại.

IV. NHÓM 4 — TƯ DUY TOÀN CHƯƠNG (RẤT QUAN TRỌNG)

7. Mối liên hệ Green – Stokes – Gauss

Định lý	Không gian	Bản chất
Green	$\mathbb{R}^2$	Biên $\leftrightarrow$ diện tích
Stokes	$\mathbb{R}^3$	Biên $\leftrightarrow$ xoáy
Gauss	$\mathbb{R}^3$	Mặt kín $\leftrightarrow$ nguồn

Tư duy cấp cao:

- Green = Stokes trong $\mathbb{R}^2$.
- Stokes = Gauss cho curl.

V. TÓM GỌN "HỌC TỦ ĐI THI" (CỰC QUAN TRỌNG)

- $\oint$ trong $\mathbb{R}^2 \Rightarrow$ Green.
- $\oint$ trong $\mathbb{R}^3$ + có mặt $\Rightarrow$ Stokes.
- $\iint F \cdot n\, dS$ + mặt kín $\Rightarrow$ Gauss.
- Curl = 0 chưa đủ, phải xét miền.
- Thông lượng khó $\Rightarrow$ tìm cách né tích phân mặt.